

Appunto schematico sulle reti trifasi

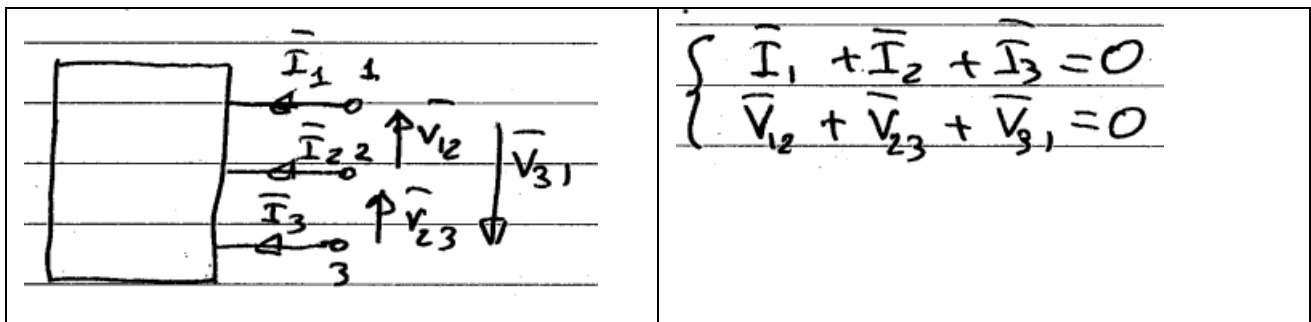
Concetti introduttivi

Una rete si dice TRIFASE se costituita dalla connessione di più sottoreti aventi una configurazione trifase.

Una sottorete trifase, nella sua forma più semplice, è un tripolo, cioè un N-polo con $N=3$.

Valgono quindi, per il caso particolare $N=3$, tutte le leggi e le proprietà degli N-poli.

Le reti trifase sono di grande interesse per la distribuzione dell'energia elettrica in regime sinusoidale. Pertanto consideriamo direttamente le tensioni e correnti in forma fasoriale. Per il postulato fondamentale degli N-poli si ha:



quindi i gradi di libertà del tripolo sono due per le correnti e due per le tensioni.

Si osservi che entrambe le terne di tensioni e di correnti sono terne pure.

Come per le reti di bipoli, la conoscenza della funzione caratteristica e la conoscenza della connessione del tripolo con la rimanente parte della rete consentirà la soluzione della rete (unica nel caso lineare).

La conoscenza della funzione caratteristica della sottorete trifase si può ottenere nel caso sia nota la configurazione interna della sottorete. Ad esempio, per fissare le idee, consideriamo una sottorete trifase così costituita:



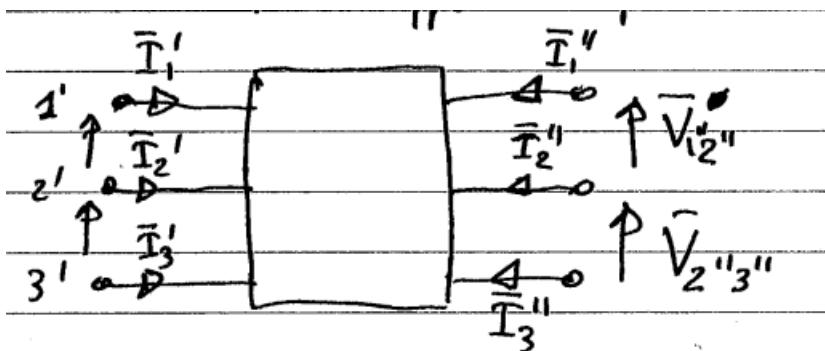
Le funzioni caratteristiche, in questo caso, si ottengono scrivendo le LKT

$$\begin{cases} \bar{V}_{12} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 + \bar{Z}_1 \bar{I}_1 - \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \\ \bar{V}_{23} = \bar{E}_2 - \bar{E}_3 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2 - \bar{Z}_3 \bar{I}_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1(\bar{V}_{ij}, \bar{I}_i) = 0 \\ f_2(\bar{V}_{ij}, \bar{I}_i) = 0 \end{cases}$$

In generale, la caratteristica della sottorete trifase sarà costituita da una coppia di relazioni che legano fra loro le tensioni e correnti ai morsetti del tripolo.

Un altro tipo di sottorete trifase, di interesse per le applicazioni, è costituito da un doppio tripolo:



Si tratta evidentemente dell'estrapolazione al caso tripolare, del concetto di doppio bipolo. Pertanto, le leggi del doppio tripolo sono evidentemente l'estensione alle due porte delle leggi del tripolo e quindi

Porta primaria	Porta secondaria
$\begin{cases} \bar{I}_1' + \bar{I}_2' + \bar{I}_3' = 0 \\ \bar{V}_{12}' + \bar{V}_{23}' + \bar{V}_{31}' = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \bar{I}_1'' + \bar{I}_2'' + \bar{I}_3'' = 0 \\ \bar{V}_{12}'' + \bar{V}_{23}'' + \bar{V}_{31}'' = 0 \end{cases}$

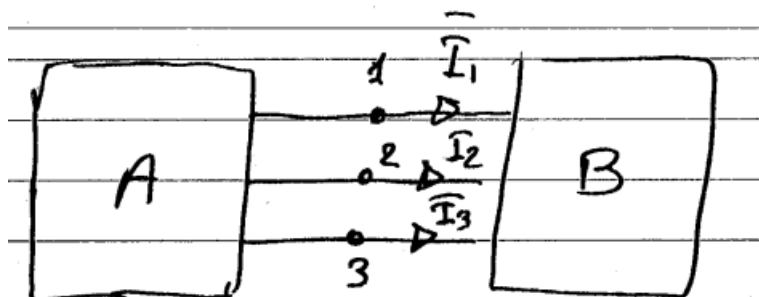
Sempre analogamente al doppio bipolo, la funzione caratteristica del doppio tripolo sarà costituita da 4 relazioni che legano fra loro le grandezze tensione/corrente alle due porte. Anche in questo caso facciamo un esempio molto semplice di doppio tripolo

	$\begin{aligned} \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' &= 0 \\ \bar{I}_2' + \bar{I}_2'' &= 0 \\ \bar{V}_{12}' - Z_1 \bar{I}_1' - \bar{V}_{12}'' - Z_2 \bar{I}_2'' &= 0 \\ \bar{V}_{23}' - Z_2 \bar{I}_2' - \bar{V}_{23}'' - Z_3 \bar{I}_3'' &= 0 \end{aligned}$
--	--

Connettendo insieme più sottoreti trifase, come detto sopra, si può costituire una rete trifase.

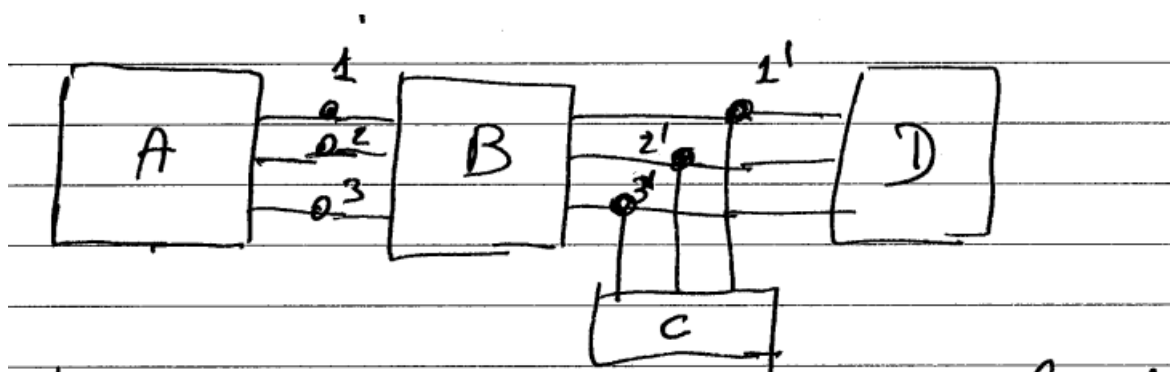
Facciamo alcuni esempi:

L'esempio più semplice si ottiene connettendo solo due sottoreti trifasi, come qui di seguito illustrato:



grazie alla connessione, nell'ipotesi che entrambe le sottoreti abbiano caratteristica lineare, le tensioni $\bar{V}_{12}$, $\bar{V}_{23}$, $\bar{V}_{31}$, e le correnti $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$, $\bar{I}_3$ sono univocamente determinate.

Un esempio più complesso è il seguente

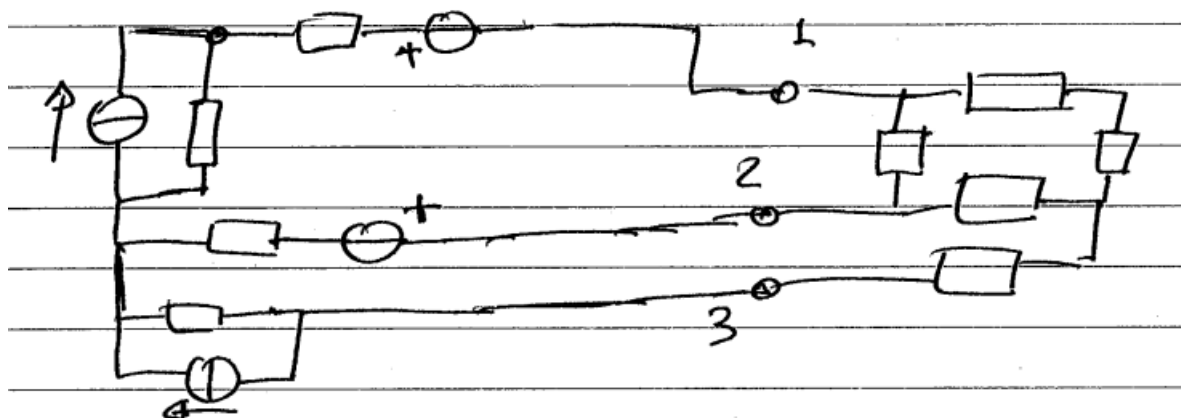


In questo esempio riconosciamo la presenza di una sottorete configurata come doppio tripolo. Riconosciamo inoltre una connessione “in parallelo” (o in “derivazione”) fra le sottoreti C e D. Infatti le tensioni ai morsetti di C e D sono le stesse.

Per fissare meglio il concetto di connessione fra sottoreti trifasi, indetifichiamo, nei due esempi, le sottoreti come modelli circuitali di apparecchiature.

Nel primo esempio possiamo pensare che la sottorete A sia il modello di un generatore elettrico che alimenta un carico, il cui modello è costituito dalla sottorete B.

Sempre a titolo di esempio, possiamo specificare A e B (utilizzando il concetto di equivalenza) mediante sottoreti di bipoli, ad esempio



Nel secondo esempio, come si vedrà più avanti, il doppio tripolo può essere ad esempio il modello di una “linea” trifase, cioè una terna di conduttori adibiti alla connessione elettrica fra il sottosistema generatore e il sottosistema carico.

Definizioni

Considerata la grandissima diffusione delle reti trifasi, si introduce una nomenclatura delle grandezze, specifica per le reti trifasi.

In particolare i valori efficaci delle tre tensioni fra i morsetti delle sottoreti prendono il nome di “tensioni di linea” (talvolta delle anche “tensioni concatenate”) mentre quelle delle tre correnti vengono dette correnti di linea.

Per le applicazioni, è di grande interesse un caso estremamente particolare, che si ha quando le tre tensioni di linea costituiscono una terna simmetrica (diretta o inversa).

Perveniamo quindi alla seguente definizione:

in una sottorete trifase la terna delle tensioni ai morsetti si dice "simmetrica" se i tre rispettivi fasori costituiscono una terna simmetrica, cioè se:

- le funzioni sinusoidali rappresentanti le tre tensioni hanno lo stesso valore efficace.
- La differenza di fase fra due qualunque delle funzioni sinusoidali è pari a $2/3 \pi$.

Risulta in merito molto utile rappresentare i fasori di una terna pura nella forma di lati di un triangolo. Nel caso di una terna simmetrica il triangolo è evidentemente equilatero.

Passando alla terna delle correnti, se queste costituiscono una terna simmetrica, la terna delle correnti si dice "equilibrata".

Riassumendo, abbiamo le seguenti definizioni:

- sottorete trifase simmetrica: si dice tale se la terna delle tensioni è simmetrica.
- Sottorete trifase equilibrata: si dice tale se la terna delle correnti è simmetrica.

Se le proprietà sussistono entrambe la sottorete si dirà simmetrica ed equilibrata.

Se abbiamo una rete trifase le cui sottoreti sono tutte simmetriche/equilibrare la rete si dirà simmetrica/equilibrata.

Come vedremo, le reti simmetriche ed equilibrate presentano molti vantaggi dal punto di vista tecnico, per cui si cercherà di realizzare i sistemi elettrici suscettibili di schematizzazione trifase in modo che le tensioni e correnti approssimino al meglio la condizione ideale di terne simmetriche.

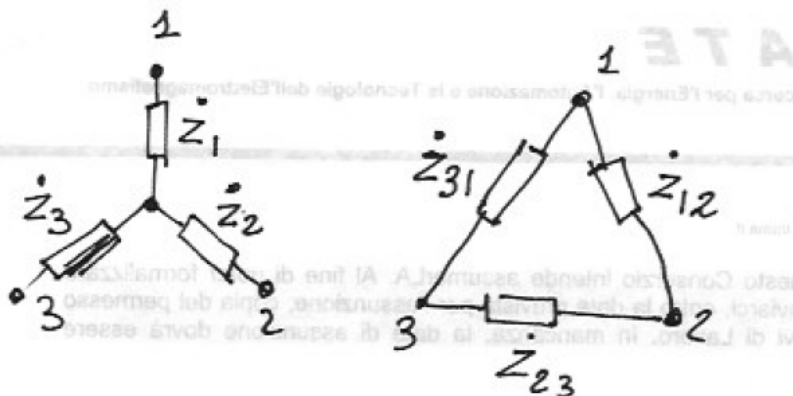
Sottoreti trifasi passive lineari configurate a triangolo o stella.

Sottorete passiva

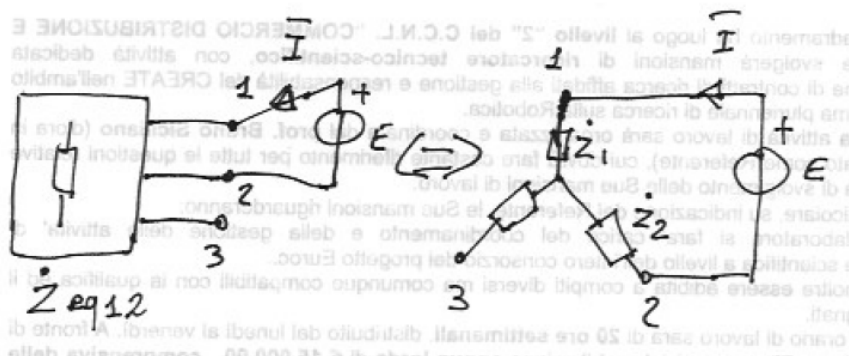
Una sottorete trifase si dice passiva se si ha $I_1 = I_2 = I_3 = 0$ quando $V_{12} = V_{23} = V_{31} = 0$

Una sottorete trifase passiva si dice lineare se moltiplicando la terna delle tensioni per un coefficiente K, la terna delle correnti risulta moltiplicata per lo stesso fattore K.

Una qualunque sottorete passiva lineare può essere sempre rappresentata, in modo equivalente, da tre impedenze, connesse fra loro "a stella" o "a triangolo".



Per calcolare i valori delle impedenze di una stella equivalente ad una data sottorete passiva basta applicare la definizione di rete equivalente. Stabilendo l'equivalenza fra queste due reti



possiamo scrivere che

$\dot{z}_1 + \dot{z}_2 = \dot{z}_{eq12}$ dove $\dot{z}_{eq12}$ è chiaramente l'impedenza equivalente vista ai morsetti 1 e 2 del tripolo quando la corrente nel morsetto 3 è nulla.

Spostando il generatore di prova fra i morsetti 2 e 3 e poi tra 3 e 1, permutando gli indici si hanno le tre relazioni

$\dot{z}_1 + \dot{z}_2 = \dot{z}_{eq12}$ $\dot{z}_2 + \dot{z}_3 = \dot{z}_{eq23}$ $\dot{z}_3 + \dot{z}_1 = \dot{z}_{eq31}$	Che, una volta calcolate le tre impedenze $\dot{z}_{eq12}$, $\dot{z}_{eq23}$ e $\dot{z}_{eq31}$, consentono di calcolare le impedenze $\dot{z}_1$, $\dot{z}_2$, $\dot{z}_3$ della stella equivalente al tripolo di impedenze assegnato.
--	---

Applicando la stessa tecnica ad un tripolo configurato a triangolo, possiamo ricavare le formule di trasformazione da triangolo a stella e viceversa.

Le formule di trasformazione sono le seguenti

$Z_1 = Z_{12} * Z_{31} / (Z_{12} + Z_{23} + Z_{31})$ $Z_2 = Z_{23} * Z_{12} / (Z_{12} + Z_{23} + Z_{31})$ $Z_3 = Z_{31} * Z_{23} / (Z_{12} + Z_{23} + Z_{31})$	$Z_{12} = (Z_1 * Z_2 + Z_2 * Z_3 + Z_3 * Z_1) / Z_3$ $Z_{23} = (Z_1 * Z_2 + Z_2 * Z_3 + Z_3 * Z_1) / Z_1$ $Z_{31} = (Z_1 * Z_2 + Z_2 * Z_3 + Z_3 * Z_1) / Z_2$
--	--

Nel caso notevole in cui le tre impedenze siano eguali si ha

$$\underline{\dot{z}}_{\Delta} = \underline{\dot{z}}_{\lambda} / 3$$

avendo indicato con $\underline{\dot{z}}_{\lambda}$ e $\underline{\dot{z}}_{\Delta}$ rispettivamente il valore comune delle impedenze nella configurazione a stella e nella configurazione a triangolo.

È facile inoltre dimostrare che:

- se una sottorete lineare passiva può essere rappresentata da tre impedenze uguali connesse a triangolo o stella e
- se la stella è alimentata da una terna simmetrica di tensioni (correnti) di linea
- la terna di correnti (tensioni) di linea è simmetrica
- e quindi, in tale ipotesi, la sottorete è simmetrica ed equilibrata.

Abbiamo in questo modo una condizione sufficiente, quindi un criterio per una sottorete simmetrica ed equilibrata.

Tensioni di fase

Utilizzando la schematizzazione di una sottorete trifase lineare passiva mediante la connessione di tre impedenze a stella o triangolo possiamo introdurre il concetto di tensioni e correnti “di fase”, accanto ai concetti già introdotti di tensioni e correnti “di linea”.

Per introdurre le tensioni di fase consideriamo la connessione a stella delle 3 impedenze. Il morsetto centrale 0 si dice “centro stella” della sottorete

Si ha a questo punto la seguente definizione:

si dice “tensione di fase” la tensione fra un morsetto ed il centro stella.

Si hanno ovviamente tre tensioni di fase che possiamo indicare con $\bar{E}_1, \bar{E}_2, \bar{E}_3$.

Per la LKT si ha ovviamente

$$\bar{V}_{12} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2$$

$$\bar{V}_{23} = \bar{E}_2 - \bar{E}_3$$

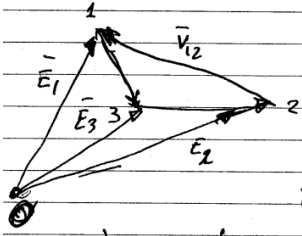
$$\bar{V}_{31} = \bar{E}_3 - \bar{E}_1$$

se sono assegnate le tensioni di linea, le tensioni di fase non sono univocamente determinate.

Infatti le tensioni di linea devono rispettare il vincolo $\bar{V}_{12} + \bar{V}_{23} + \bar{V}_{31} = 0$ mentre in generale ...

$$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 \neq 0$$

come mostra chiaramente la visualizzazione vettoriale-



Al valore del centro stella si hanno quindi una infinità di terna di tensioni di fase, per una assegnata terna di tensioni di linea.

È di particolare interesse, per le applicazioni, la terna di tensioni di fase pura, cioè quella che realizza la condizione $\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0$

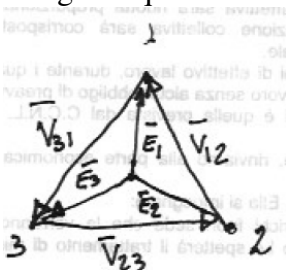
Il corrispondente centro stella si chiama “centro stella ideale” della sottorete trifase: Si osservi che centro stella ideale corrisponde al baricentro del triangolo formato dalle tensioni di linea.

Possiamo anche definire "canoniche" le tensioni di fase che costituiscono una terna pura.

D'ora in poi, per semplicità, salvo che non sia esplicitamente indicato diversamente, intenderemo per tensioni di fase le tensioni fra i morsetti della sottorete ed il centro stella ideale, cioè le tensioni di fase "canoniche".

Terne simmetriche di tensioni di linea e di fase.

Se la terna delle tensioni di linea è simmetrica, tale è anche la terna delle tensioni di fase. E' facile dimostrarlo con la rappresentazione vettoriale, nella quale le tensioni di linea costituiscono un triangolo equilatero



Con semplici considerazioni geometriche, detto V il valore comune del modulo delle tensioni di linea e detto E il valore comune delle tensioni di fase, si ha che $V = \sqrt{3} E$.

E' inoltre possibile esprimere uno qualunque dei 6 fasori in funzione di uno qualunque degli altri. Ad esempio si ha

$$\bar{V}_{12} = \sqrt{3} \bar{E}_1 e^{j\frac{\pi}{6}}$$